

ЛИТЕРАТУРА

1. Осипов Е. А. *Энергетические характеристики упругой волны для периодических задач теории упругости* // Сб. материалов Четвертой Всерос. науч.-инновац. школы. – Саров: Альфа, 2010. – С. 93-95.

2. Осипов Е. А., Плещинский Н. Б. *Сумматорные и интегральные уравнения периодических задач дифракции упругих волн на дефектах в слоистых средах* // Изв. вузов. Матем. – 2008. – № 9. – С. 76-82.

3. Плещинский Н. Б. *Отражение, преломление и дифракция двумерных упругих волн. Метод переопределенной задачи Коши* // Препринт ПМФ-04-01. – Казань: Казан. матем. об-во, 2004. – 34 с.

С. С. Оспичев

*Новосибирский государственный университет,
ospichev@gmail.com*

**ВЫЧИСЛИМЫЕ НУМЕРАЦИИ
В ИЕРАРХИИ ЕРШОВА**

В работе рассматриваются вычислимые нумерации семейств множеств из различных классов Σ_a^{-1} иерархии Ершова.

Пусть $a \in O$. Показано, что существует бесконечное семейство Σ_a^{-1} -множеств с единственной Σ_a^{-1} -вычислимой нумерацией. Также построено вычислимое семейство Σ_a^{-1} -множеств без Σ_a^{-1} -вычислимой фридберговой нумерации.

В работе анонсирована

Теорема. *Существует Σ_a^{-1} -вычислимая фридбергова нумерация всех Σ_a^{-1} -множеств.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00336) и программы Президента "Ведущие научные школы РФ" (проект НШ-3606.2010.1).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арсланов М. М. *Иерархия Ершова*. – Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2007. – 86 с.

2. Гончаров С. С., Сорби А. *Обобщенно вычислимые нумерации и нетривиальные полурешетки Роджерса* // Алгебра и логика. – 1997. – Т. 36. – № 6. – С. 621-641.

2. Goncharov S. S., Lempp S., Solomon D. *Friedberg numberings of families of n -computability enumerable sets* // Algebra and Logic – 2002. – V. 41. – No 2. – P. 143-154.

Е. М. Опмари́на, А. Р. Ураков, Г. И. Федорова
Уфимский государственный авиационный технический
университет, elena_azalka@mail.ru,
urakov@ufanet.ru, g_fed@mail.ru

КВАЗИСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ УГЛОВЫМ ЭЛЕКТРОДОМ-ИНСТРУМЕНТОМ

Рассмотрим задачу формообразования обрабатываемой поверхности при обработке электродом-инструментом (ЭИ) в виде клина $A'CB'$ с углом раствора равным $\pi/2$, движущимся

вертикально вниз с постоянной скоростью V_{et} . Сечение межэлектродного пространства (МЭП) показано на рис. 1, а. Образом МЭП на плоскости комплексного потенциала является полоса шириной U , где U — разность потенциалов на электродах.

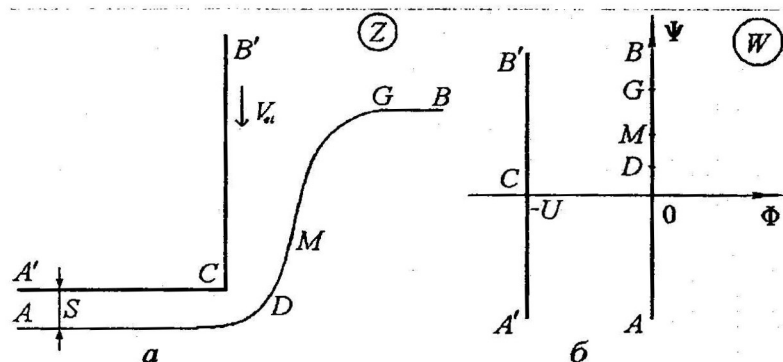


Рис. 1

Скорость растворения $V_{ест}$ определяется законом Фарадея $V_{ест} = k\eta E$, где k — электрохимическая постоянная; E — нормальная к границе составляющая вектора напряженности электрического поля в данной точке анода, $\eta = \eta(E)$ — выход по току. В данной работе зависимость выхода по току от напряженности моделируется скачкообразной функцией

$$\eta(E) = \begin{cases} 1, & |E| > E_1, \\ \eta_0, & |E| < E_1. \end{cases} \quad (1)$$

Такая зависимость близка к реальной в случае интенсивной ЭХО в пассивирующих электролитах. Применение этой модели, как показано в [1], позволяет найти главные характерные зоны на обрабатываемой поверхности.

Квазистационарность модели заключается в том, что при нестационарном процессе на обрабатываемой поверхности предполагается образование трех зон. На горизонтальном участке GB , где $|E| < E_1$, растворение отсутствует. Зона AD , в которой напряженность за счет близости к ЭИ превышает E_1 , характеризуется условием стационарности [2]. На плоскости годографа напряженности $\bar{E} = dW/dZ$ этому участку соответствует дуга окружности радиуса $E_0/2$ с центром в точке $iE_0/2$ (рис. 2, а), где $E_0 = V_{et}/(k\eta) = U/S$ — напряженность в точке A . Переходному участку DMG (M — точка перегиба границы) соответствует дуга окружности радиуса $E_1 \leq E_0$ с центром в начале координат. Дуга DG может содержать разрез, поскольку данная граница не является стационарной.

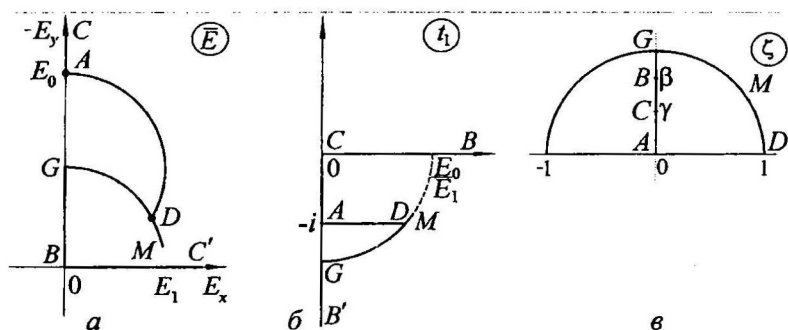


Рис. 2

Введем параметрические плоскости $t_1 = E_0/\bar{E}$ и ζ , области изменения которых показаны на рис. 2, б, в. Конформное отображение $t_1(\zeta)$ проще искать с помощью численного интегрирования производной

$$\frac{dt_1}{d\zeta} = \frac{1}{(\zeta^2 + \gamma^2)^{1/2} (\zeta^2 + \beta^2)^{3/2}} \sum_{m=0}^{\infty} c_{2m} \zeta^{2m}, \quad (2)$$

так как на участках границы AD , AC и BG производная имеет чисто действительные значения, на участке BC – мнимые.

Для получения отображения $W(\zeta)$ используем верхнюю полуплоскость $t_2 = -\frac{1}{2} \left(\zeta^2 + \frac{1}{\zeta^2} \right)$ (рис. 3).

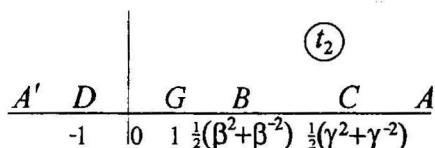


Рис. 3

Используя преобразование Шварца – Кристоффеля найдем

$$W(t_2) = -i \frac{U}{\pi} \ln \left(t_2 - \frac{1}{2} (\beta^2 + \beta^{-2}) \right),$$

$$\frac{dW}{dt_2} = -i \frac{U}{\pi} \frac{1}{t_2 - \frac{1}{2} (\beta^2 + \beta^{-2})}.$$

Функция $Z(\zeta)$ получается численным интегрированием:

$$Z(\zeta) = \frac{1}{E_0} W(\zeta) \int_{i\gamma}^{\zeta} \frac{dt_1}{d\zeta} d\zeta - \frac{1}{E_0} \int_{i\gamma}^{\zeta} W(\zeta) \frac{dt_1}{d\zeta} d\zeta. \quad (3)$$

Задача решается методом коллокаций, т. е. в сумме (2) сохраняется M слагаемых, а коэффициенты c_m определяются по условию $|t_1(pe^{i\sigma})| = \alpha = E_0/E_1$, заданному в дискретном множестве узловых точек $\sigma_m = m\pi/(2N)$. При этом функция $t_1(\zeta)$ вычисляется с помощью численного интегрирования (2) с условиями $t_1(i\gamma) = 0$, $t_1(0) = -i$, $\text{Re} t_1(i) = 0$.

На рис. 4, а приведены формы обрабатываемой поверхности, в неподвижной системе координат, соответствующие величине заглубления $h=2.5; 3; 4; 5; 6; 7; 8$. Видно, что вблизи нерастворяемой зоны GB формируется предельная форма, соответствующая известному решению задачи об истечении из-под щита [3] (кривая 1). На рис. 4, б приведены формы обрабатываемой поверхности, в системе координат, связанной с движущимся ЭИ. Это позволяет обнаружить установление предельной конфигурации (кривая 2).

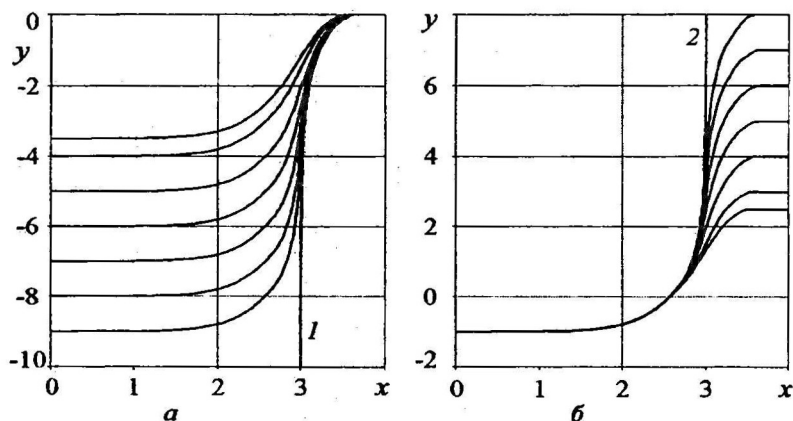


Рис. 4

Таким образом, предложенная модель ЭХО дала возможность исследовать зависимость формы обрабатываемой поверхности от времени, без решения нестационарной задачи. При этом течение времени моделируется сдвигом кромки ЭИ вниз. Каждая форма определяется независимо от остальных, поэтому эта задача названа квазистационарной. Сформулировать эту задачу позволило существование переходного участка с постоянным модулем напряженности, а это условие инвариантно по отношению к движению точек поверхности.

Как показывают численные исследования, такие решения хотя и только приближенно описывают нестационарный процесс, но отличие весьма мало (менее 0.1%).

ЛИТЕРАТУРА

1. Житников В. П., Ошмарина Е. М., Федорова Г. И. *Использование разрывных функций для моделирования растворения при стационарном электрохимическом формообразовании* // Изв. вузов. Математика. – 2010. – № 10. – С. 77-81.
2. Клоков В. В. *Электрохимическое формообразование*. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1984. – 80 с.
3. Гуревич М. И. *Теория струй идеальной жидкости*. – М.: Наука, 1979. – 536 с.

В. А. Павленко

*Институт математики с вычислительным центром
Уфимского научного центра РАН, PVA100186@mail.ru*

АЛГЕБРА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ НА МНОГООБРАЗИИ С ВЫДЕЛЕННЫМ ПОДМНОГООБРАЗИЕМ

Основной целью работы является построение алгебры относительных интегральных операторов на многообразиях с выделенными подмногообразиями.

В работах [1], [2] было введено понятие конормальной функции на компактном многообразии X размерности n , в котором выделено гладкое подмногообразие Y размерности $n - 1$. По